



## Calcolo del rumore indotto dalla trazione elettrica in una coppia telefonica

## Calculation of induced noise from electrified traction lines in telephone pairs

*Dott. Giovanni LUCCA<sup>(\*)</sup>*

**SOMMARIO** – Questo articolo descrive un metodo per il calcolo del rumore indotto, nella banda fonica (300Hz-5000Hz), in una coppia telefonica dovuto all'azione induce di campi elettromagnetici prodotti da linee ferroviarie elettrificate o linee elettriche posizionate in prossimità del cavo telefonico.

Vengono illustrate le ipotesi alla base del modello di calcolo e le principali semplificazioni introdotte che consentono di studiare separatamente, ed in cascata, tre singoli circuiti a due conduttori: guaina-terra, coppia-guaina (circuiti di modo comune) e filo-filo (circuiti di modo differenziale). Infine, tenendo conto della natura intrinsecamente casuale degli sbilanci esistenti in una normale coppia telefonica, si propone un approccio di tipo statistico al calcolo del rumore indotto basato su un algoritmo di tipo Monte Carlo.

### 1. Introduzione

E' noto che uno degli effetti di interferenza elettromagnetica prodotto da linee ferroviarie elettrificate o linee elettriche poste in vicinanza di cavi telefonici a coppie simmetriche è dato dalla tensione di rumore che viene indotta nel circuito rappresentato dalle coppie stesse; tale rumore si manifesta sotto forma di disturbo alla trasmissione nella banda fonica.

Ricordiamo che la tensione di rumore nasce dalla concomitanza di due fattori [1]:

- la presenza di armoniche che circolano nell'impianto inducente;
- lo sbilancio nel circuito telefonico rappresentato dalla coppia (circuiti filo-filo) il quale è, a sua volta, il risultato di tre differenti fattori in ordine crescente di importanza:

**SUMMARY** – This paper describes a method for the calculation of the induced noise in a telephone pair, in the audio frequency band (300Hz-5000Hz), due to the influence of the electromagnetic fields produced by electrified traction lines or power lines located in proximity of the telephone cable.

We show the main hypotheses at the basis of the calculation method together the main simplifications enabling to study separately and in cascade three single two-conductors lines: sheath-earth, pair-sheath (common mode circuit) and wire-wire (differential mode circuit). Lastly, by taking into account of the intrinsic random nature of the unbalances existing in any telephone pair, a statistical approach to the induced noise calculation, based on the Monte Carlo algorithm is proposed.

### 1. Introduction

It is known that one among the effects of the electromagnetic interference produced by electrified traction lines or power lines located in proximity of symmetrical pairs telephone cables is given by the noise voltage induced in the circuits represented by the pairs themselves; such a noise appears as disturbance to the transmission in the audio band.

We remind that the noise voltage arises from the concurrence of two factors [1]:

- the presence of harmonics circulating in the inducing plant;
- the unbalance in the telephone circuit represented by the pair (wire-wire circuit) that is due to three different factors listed in increasing order of importance:
  - 1) resistive unbalance between the wires;
  - 2) capacitive unbalance between the two wires with respect to the metallic sheath of the cable;
  - 3) unbalance of the circuit introduced by the apparatuses at its terminations.

<sup>(\*)</sup> SIRT I S.p.A. Milano.

- 1) lo sbilancio resistivo tra i due fili;
- 2) lo sbilancio capacitivo tra i due fili rispetto alla guaina metallica del cavo;
- 3) lo sbilancio alle estremità del circuito introdotto dagli apparati.

Nel caso della trazione elettrica tali armoniche sono generate dalle locomotive e dipendono dal tipo di locomotiva stessa; quelle che producono correnti con il maggior contenuto armonico sono le macchine equipaggiate con diodi e tiristori mentre quelle dotate di inverter e motori asincroni sono caratterizzate da minor contenuto armonico. Conviene osservare che alcuni tipi di locomotive sono provviste di opportuni filtri in modo da ridurre le armoniche iniettate in linea.

Esistono normative, sia a livello internazionale [2] che a livello nazionale [3], che raccomandano di tener conto del problema e fissano dei limiti da non superare per assicurare una buona qualità della trasmissione.

Per valutare il possibile disturbo in un cavo telefonico soggetto ad induzione, la via da seguire è quella delle misure in campo; tale approccio, però, oltre ad essere costoso, non può essere seguito in fase di progettazione di un nuovo impianto; per tale ragione, è utile avere a disposizione un metodo di calcolo che consenta di fare una stima preventiva dei disturbi indotti sul circuito telefonico.

Il metodo di calcolo che descriveremo può essere suddiviso in due parti:

- la prima parte prende spunto da quanto esposto in [4] modificandolo in alcuni aspetti per maggiore chiarezza; in essa viene dedotta, a partire dal modello generale e mediante alcune ipotesi semplificative, una procedura di calcolo basata sulla risoluzione in cascata di tre differenti circuiti a due conduttori;
- la seconda parte descrive un algoritmo basato sul metodo Monte Carlo che si innesta sulla procedura precedente e permette di calcolare la tensione di rumore indotta sulla coppia telefonica in termini statistico-probabilistici.

## 2. Semplificazione del modello multiconduttore

### 2.1. Modello generale

Un qualsiasi cavo telefonico a coppie simmetriche è costituito, in generale, da un numero variabile di coppie che può andare da qualche unità fino ad arrivare ad alcune decine o addirittura centinaia a seconda della potenzialità del cavo stesso. Tutti questi conduttori, che trasportano il segnale telefonico sono posti all'interno di una guaina metallica, generalmente in alluminio o piombo.

Tenendo conto della guaina e detto  $N/2$  il numero totale di coppie, si avrà quindi un sistema composto da  $N+1$  conduttori metallici che può essere trattato con un mo-

In the case of electrified traction lines, the harmonics are mainly generated by the locomotives and depend on the characteristics of the locomotives themselves; the highest level of harmonics is produced by machines equipped with diodes and thyristors while locomotives equipped with frequency inverter and asynchronous motor generate lower levels of harmonics. It is worthwhile to remark that certain types of locomotives are equipped with filters just to reduce the level of harmonics injected in line.

Concerning the induced noise, some international [2] and national [3] standards exist on this matter; they recommend suitable limits not to be exceeded to ensure a good quality of the transmission.

The best way to evaluate the noise induced in a telephone cable is to make field measurements; nevertheless such an approach is expensive and cannot be adopted at the design stage of a new plant. Thus, it is useful to have at disposal a calculation tool allowing to make a preliminary evaluation of the induced disturbance on the telephone circuit. The calculation method we are going to describe can be splitted up into two parts:

- the first part is based on the contents of [4] with the introduction of some modifications; starting from the general model and by the adoption of some simplification hypotheses we deduce a calculation procedure based on the resolution in cascade of three different two-conductors circuits;
- the second part describes an algorithm based on the Monte Carlo method that is grafted on the previous procedures and enables to calculate the induced noise voltage on the telephone pair in a statistical-probabilistic way.

## 2. Simplification of the multiconductor model

### 2.1. General model

Any symmetrical pairs telephone cable is composed by a variable number of pairs that can be of some units till to some tens or even hundreds depending on the potentiality of the cable itself. All these conductors carrying the signal are disposed inside a metallic sheath generally in aluminium or lead.

By taking into account of the sheath and if  $N/2$  is the total number of pairs, we will have a system composed by  $N+1$  metallic conductors that can be studied by means of a multiconductor line model; the differential equations describing the voltages and currents propagation along such a system are the so called "transmission line equations" [5].

If we identify as conductor  $N+1$  the cable sheath, it is convenient to write the transmission line equations, in the frequency domain, as follows:

dello di linea multiconduttore; le equazioni differenziali che descrivono la propagazione di tensioni e correnti lungo tale sistema sono le cosiddette "equazioni della linea di trasmissione" [5].

Se identifichiamo come conduttore N+1-esimo la guaina del cavo, è conveniente, per i nostri scopi, scrivere le equazioni della linea di trasmissione, nel dominio della frequenza, come segue:

$$\begin{cases} -\frac{dV_i}{dx} = \sum_{k=1}^N z_{ik} I_k + z_{iN+1} I_{N+1} & i = 1, 2, \dots, N \\ -\frac{dV_{N+1}}{dx} = \sum_{k=1}^N z_{N+1k} I_k + z_{N+1N+1} I_{N+1} - f_{N+1} \\ -\frac{dI_i}{dx} = \sum_{k=1}^N y_{ik} V_k + y_{iN+1} V_{N+1} & i = 1, 2, \dots, N \\ -\frac{dI_{N+1}}{dx} = \sum_{k=1}^N y_{N+1k} V_k + y_{N+1N+1} V_{N+1} - j_{N+1} \end{cases} \quad (1)$$

Nel sistema (1),  $x$  è l'asse del cavo che identifica la retta lungo la quale avviene la propagazione,  $V_k$  e  $I_k$  sono rispettivamente i fasori tensione e corrente,  $z_{ik}$  e  $y_{ik}$  sono rispettivamente le mutue (auto per  $i=k$ ) impedenze per unità di lunghezza e coefficienti di mutua (auto) ammettenza per unità di lunghezza relativi agli N+1 circuiti indipendenti che possono essere associati al sistema.

A questo proposito, è importante ricordare la convenzione implicitamente assunta scrivendo il sistema (1):

- il circuito N+1-esimo è costituito dalla guaina del cavo con ritorno a terra; pertanto la tensione della guaina è valutata rispetto al riferimento rappresentato dal terreno;
- i rimanenti N circuiti sono costituiti dai singoli conduttori formanti le coppie con ritorno sulla guaina del cavo; pertanto la tensione di ognuno di questi conduttori è valutata rispetto alla guaina stessa.

Infine, nella seconda e nella quarta equazione appaiono due termini forzanti che rappresentano l'azione del campo elettromagnetico esterno sul cavo; in particolare  $f_{N+1}$  rappresenta un generatore ideale (per unità di lunghezza) di forza elettromotrice (fem) indotta che descrive l'accoppiamento induttivo tra sorgente e cavo mentre  $j_{N+1}$  rappresenta un generatore ideale (per unità di lunghezza) di corrente che descrive l'accoppiamento conduttivo tra sorgente e cavo. A tal proposito, dalla struttura delle equazioni in (1), è conveniente notare come i termini forzanti, che traducono l'influenza della sorgente esterna, siano presenti solo sul circuito N+1-esimo mentre sugli altri circuiti interni alla guaina tali termini siano assenti.

## 2.2. Separazione tra problema interno ed esterno

Il sistema generale (1) può essere semplificato disaccoppiando il circuito esterno guaina-terra dagli altri N cir-

$$\begin{cases} -\frac{dV_i}{dx} = \sum_{k=1}^N z_{ik} I_k + z_{iN+1} I_{N+1} & i = 1, 2, \dots, N \\ -\frac{dV_{N+1}}{dx} = \sum_{k=1}^N z_{N+1k} I_k + z_{N+1N+1} I_{N+1} - f_{N+1} \\ -\frac{dI_i}{dx} = \sum_{k=1}^N y_{ik} V_k + y_{iN+1} V_{N+1} & i = 1, 2, \dots, N \\ -\frac{dI_{N+1}}{dx} = \sum_{k=1}^N y_{N+1k} V_k + y_{N+1N+1} V_{N+1} - j_{N+1} \end{cases} \quad (1)$$

In system (1)  $x$  is the cable axis identifying the propagation direction,  $V_k$  e  $I_k$  are the voltage and current phasors,  $z_{ik}$  e  $y_{ik}$  are the per unit length mutual (self for  $i=k$ ) impedances and coefficients of admittances relevant to the N+1 independent circuits that can be associated to the system.

To this aim, it is important to remind the implicitly assumed convention related to system:

- circuit N+1 is composed by the cable sheath with earth return; therefore the sheath voltage is evaluated with respect to the reference represented by the soil;
- the remaining N circuits are composed by the single wires, forming the pairs, with return on the cable sheath; therefore the voltage of those conductors is evaluated with respect to the sheath itself.

Finally, in the second and fourth equations the forcing terms represent the influence of the external electromagnetic field on the cable; in particular,  $f_{N+1}$  represents a per unit length ideal emf (electromotive force) generator that describes the inductive coupling between the source and the cable while  $j_{N+1}$  represents a per unit length ideal current generator that describes the conductive coupling between the source and the cable. By looking at the structure of the equations in (1) it is convenient to remark that the forcing terms, representing the influence from the external source, are present only in the N+1 circuit while they are absent in all the other internal circuits.

## 2.2. Separation between internal and external problem

The general system (1) can be simplified by decoupling the external circuit sheath-earth by the other N internal circuits wire-sheath; in fact, generally being  $V_{N+1}$  and  $I_{N+1}$  much greater than  $V_i$  and  $I_i$ , we can neglect in the second and fourth equations of system (1) the terms in the summation and write:

$$\begin{cases} -\frac{dV_{N+1}}{dx} = z_{N+1N+1} I_{N+1} - f_{N+1} \\ -\frac{dI_{N+1}}{dx} = y_{N+1N+1} V_{N+1} - j_{N+1} \end{cases} \quad (2)$$

cuiti interni conduttore-guaina; infatti essendo, in genere,  $V_{N+1}$  e  $I_{N+1}$  molto più grandi di  $V_i$  e  $I_i$  possiamo trascurare nella seconda e quarta equazione del sistema (1) i termini della sommatoria e scrivere:

$$\begin{cases} -\frac{dV_{N+1}}{dx} = z_{N+1,N+1} I_{N+1} - f_{N+1} \\ -\frac{dI_{N+1}}{dx} = y_{N+1,N+1} V_{N+1} - j_{N+1} \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} -\frac{dV_i}{dx} = \sum_{k=1}^N z_{ik} I_k - (-z_{i,N+1} I_{N+1}) & i=1,2,\dots,N \\ -\frac{dI_i}{dx} = \sum_{k=1}^N y_{ik} V_k - (-y_{i,N+1} V_{N+1}) & i=1,2,\dots,N \end{cases} \quad (3)$$

Il sistema (2) descrive quindi il circuito guaina-terra disaccoppiato da tutti gli altri N circuiti interni e soggetto unicamente all'azione del campo elettromagnetico prodotto dalla sorgente esterna e come tale può essere risolto separatamente.

Il sistema (3), invece, che descrive i circuiti interni è influenzato dal circuito guaina-terra tramite i generatori ideali di forza elettromotrice e corrente rappresentati dalle espressioni all'interno delle parentesi che sono in relazione alla tensione e corrente indotte sulla guaina e ai parametri di accoppiamento mutuo tra circuito esterno e circuiti interni.

### 2.3. Analisi del circuito guaina-terra

Il sistema (2), che descrive il circuito guaina-terra, solo in casi molto particolari può essere risolto analiticamente poiché la guaina è generalmente messa a terra in più punti lungo il tracciato del cavo ad intervalli più o meno regolari; per tale ragione, si risolve il sistema (2) numericamente discretizzando il circuito guaina-terra mediante una catena composta da un opportuno numero m di celle di tipo  $\pi$ , a parametri concentrati, come quella mostrata in fig.1.

In fig. 1, con riferimento alla generica cella k-esima, abbiamo che:

- $Z_k$  è l'impedenza connessa al circuito con ritorno a terra;
- $Y_k$  è l'ammettenza verso terra della guaina nel punto k-esimo; tale parametro tiene conto delle eventuali messe a terra della guaina in tale punto;
- $F_k$  è un generatore ideale di fem che descrive l'accoppiamento di tipo induttivo con le sorgenti esterne;
- $J_k$  è un generatore ideale di corrente che descrive l'accoppiamento di tipo conduttivo con le sorgenti esterne.

In Appendice A viene descritto nei dettagli l'algoritmo numerico per la risoluzione numerica del circuito rappresentato da una catena di m circuiti quali quello rappresentato in fig.1.

$$\begin{cases} -\frac{dV_i}{dx} = \sum_{k=1}^N z_{ik} I_k - (-z_{i,N+1} I_{N+1}) & i=1,2,\dots,N \\ -\frac{dI_i}{dx} = \sum_{k=1}^N y_{ik} V_k - (-y_{i,N+1} V_{N+1}) & i=1,2,\dots,N \end{cases} \quad (3)$$

System (2) describes the sheath-earth circuit decoupled from all the other N internal circuits and subjected to the only influence of the electromagnetic field produced by the external source; for this reason it can be separately solved.

On the contrary, system (3), describing the internal circuits, is influenced by the sheath-earth circuit by means of the ideal emf and current generators given by the expressions inside the parentheses; they are related to voltage and current induced on the the sheath and to the mutual coupling parameters between external circuit and internal circuits.

### 2.3. Analysis of the sheath-earth circuit

System (2) describing the sheath-earth circuit, can be solved analytically only in very particular cases because the sheath is generally earthed in discrete points along the cable route at, more or less, regular spatial intervals; for such a reason, system (2) is solved numerically by discretising the sheath-earth circuit by means of a chain of a suitable number of lumped parameters  $\pi$  cells similar to the one shown in fig.1.

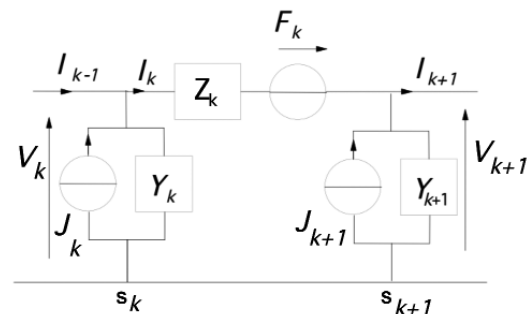


Fig. 1 - Cella elementare utilizzata per la discretizzazione di una linea di trasmissione sotto l'influenza di campi elettromagnetici esterni. Elementary cell used to discretise a transmission line under the influence of external electromagnetic fields.

In fig.1, with reference to the generic k-th cell we have that:

- $Z_k$  is the impedance related to the circuit with earth return.
- $Y_k$  is the admittance to earth of the sheath in the k-th point; such a parameter also takes into account of any earthing of the sheath in the same point.
- $F_k$  is an ideal emf generator describing the inductive coupling with the external sources.

Al termine del procedimento, si ha a disposizione un vettore di  $m$  elementi  $[I_{N+1}]$  che rappresenta la corrente sulla guaina in ognuna delle celle ed un altro vettore di  $m+1$  elementi  $[V_{N+1}]$  che rappresenta il valore della tensione guaina-terra valutato agli estremi di ogni cella.

Per risolvere numericamente il sistema (2) è necessario conoscere i parametri per unità di lunghezza del circuito guaina-terra ed i generatori per unità di lunghezza che rappresentano l'accoppiamento del cavo con le sorgenti di campo elettromagnetico; tali informazioni possono essere trovate in molte pubblicazioni tra cui ad esempio [6], [7].

In molti casi, la guaina del cavo è provvista anche di una armatura a nastri d'acciaio avvolti elicoidalmente attorno alla guaina stessa; sebbene lo scopo di tale armatura sia essenzialmente per protezione meccanica, essa svolge anche un efficace ruolo di protezione contro le interferenze elettromagnetiche. In [8] è descritto l'algoritmo per la valutazione di tensioni e correnti indotte sulla guaina di un cavo provvisto con armatura metallica a nastri di acciaio.

#### 2.4. Analisi dei circuiti interni

Come abbiamo già osservato, il sistema (3) descrive l'insieme degli  $N$  circuiti filo-guaina; immaginando di risolvere tale sistema, si può calcolare rapidamente la tensione indotta filo-filo tra due conduttori di una medesima coppia. Tale quantità, altro non è che la tensione di rumore.

Questo modo di procedere però presenta delle difficoltà che sono essenzialmente legate all'elevato numero di conduttori (generalmente dell'ordine di qualche decina) presenti all'interno del cavo.

Il problema può però essere ridotto in complessità a patto di introdurre alcune ipotesi semplificative che consentano di calcolare il disturbo indotto sulla singola coppia pur tenendo conto della presenza delle altre.

Consideriamo una delle  $N/2$  coppie del cavo ed indichiamo con gli indici 1 e 2 i conduttori che la compongono; tenendo conto del sistema (3) e sostituendo l'indice  $N+1$  con  $g$  per dare maggior rilievo al fatto che il conduttore  $N+1$ -simo è rappresentato dalla guaina, possiamo scrivere:

$$\begin{cases} -\frac{dV_1}{dx} = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 + \sum_{k=3}^N z_{1k}I_k - (-z_{1g}I_g) \\ -\frac{dV_2}{dx} = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 + \sum_{k=3}^N z_{2k}I_k - (-z_{2g}I_g) \\ -\frac{dI_1}{dx} = y_{11}V_1 + y_{12}V_2 + \sum_{k=3}^N y_{1k}V_k - (-y_{1g}V_g) \\ -\frac{dI_2}{dx} = y_{21}V_1 + y_{22}V_2 + \sum_{k=3}^N y_{2k}V_k - (-y_{2g}V_g) \end{cases} \quad (4)$$

- $J_k$  is an ideal current generator describing conductive coupling with the external sources.

In Appendix A, the algorithm for the numerical solution of the circuit represented by a chain of  $m$  cells like the one shown in fig.1 is described in details.

At the end of the procedure one has at disposal a vector of  $m$  elements  $[I_{N+1}]$  representing the current on the sheath in each one of the cells and another vector of  $m+1$  elements  $[V_{N+1}]$  representing the values of the sheath-earth voltage evaluated at the extremities of each cell.

In order to numerically solve system (2) it is necessary to know the per unit length parameters of the sheath-earth circuit and the per unit length generators representing the coupling of the cable with the electromagnetic field sources; such information can be found in many publications e.g. [6], [7].

In many cases, the cable sheath is provided with an armouring composed by steel tapes helicoidally wrapped around the sheath itself; even if the presence of the armouring is due to mechanical protection purposes, it plays also an effective role of protection against electromagnetic interferences. In [8] an algorithm for the calculation of voltages and currents induced on a cable sheath provided with steel tapes armouring is described.

#### 2.4. Internal circuits analysis

As already remarked, system (3) describes the group of the  $N$  circuits wire-sheath; if we imagine to solve such a system, one can easily calculate the induced wire-wire voltage between the two conductors belonging to the same pair. Such a quantity is the induced noise voltage. Nevertheless, this way presents some difficulties that are essentially related to the large number of wires (generally of the order of some tens) inside the cable.

The problem can be reduced in complexity provided that some simplification hypotheses are introduced; in such a way the induced disturbance on a single pair can be calculated, by taking into account, at the same time, of the presence of the remaining pairs.

Let us consider one among the  $N/2$  pairs of the cable and indicate by the indexes 1 and 2 the conductors composing it; by taking into account of system (3) and by substituting the index  $N+1$  with  $g$ , we can write:

$$\begin{cases} -\frac{dV_1}{dx} = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 + \sum_{k=3}^N z_{1k}I_k - (-z_{1g}I_g) \\ -\frac{dV_2}{dx} = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 + \sum_{k=3}^N z_{2k}I_k - (-z_{2g}I_g) \\ -\frac{dI_1}{dx} = y_{11}V_1 + y_{12}V_2 + \sum_{k=3}^N y_{1k}V_k - (-y_{1g}V_g) \\ -\frac{dI_2}{dx} = y_{21}V_1 + y_{22}V_2 + \sum_{k=3}^N y_{2k}V_k - (-y_{2g}V_g) \end{cases} \quad (4)$$

Tenendo conto che vale la seguente relazione:

$$z_{1g} = z_{2g} = -z_{Tg} \quad (5)$$

(ove  $z_{Tg}$  è la impedenza di trasferimento per unità di lunghezza della guaina [6], [7]) e che essendo, per una guaina senza aperture:

$$y_{1g} = y_{2g} = 0 \quad (6)$$

il sistema (4) può essere ulteriormente semplificato introducendo le nuove variabili di modo comune e modo differenziale definite come:

$$V_c = \frac{V_1 + V_2}{2} \quad (7)$$

$$I_c = I_1 + I_2 \quad (8)$$

$$V_d = V_1 - V_2 \quad (9)$$

$$I_d = \frac{I_1 - I_2}{2} \quad (10)$$

In tal modo, rinviando all'Appendice B per maggiori dettagli, il sistema (4) si trasforma in:

$$\begin{cases} -\frac{dV_c}{dx} = \frac{z_{11}^* + 2z_{12}^* + z_{22}^*}{4} I_c + \frac{z_{11}^* - z_{22}^*}{2} I_d - z_{Tg} I_g \\ -\frac{dV_d}{dx} = \frac{(z_{11}^* - z_{22}^*)}{2} I_c + (z_{11}^* - 2z_{12}^* + z_{22}^*) I_d \\ -\frac{dI_c}{dx} = (y_{11}^* + 2y_{12}^* + y_{22}^*) V_c + \frac{y_{11}^* - y_{22}^*}{2} V_d \\ -\frac{dI_d}{dx} = \frac{(y_{11}^* - y_{22}^*)}{2} V_c + \frac{y_{11}^* - 2y_{12}^* + y_{22}^*}{4} V_d \end{cases} \quad (11)$$

Il vantaggio di questa formulazione consiste nel fatto che il sistema (11) può essere disaccoppiato ulteriormente in due sottosistemi: uno per il modo comune ed uno per il modo differenziale.

Infatti, tenendo presente che, nella banda di frequenze audio, generalmente valgono le seguenti disuguaglianze:

$$|V_c| \gg |V_d| \quad |I_c| \gg |I_d| \quad (12)$$

si ha che nella prima e nella terza equazione del sistema (11), il secondo termine del membro di destra può essere trascurato. Pertanto possiamo scrivere:

$$\begin{cases} -\frac{dV_c}{dx} = \frac{z_{11}^* + 2z_{12}^* + z_{22}^*}{4} I_c - z_{Tg} I_g \\ -\frac{dI_c}{dx} = (y_{11}^* + 2y_{12}^* + y_{22}^*) V_c \end{cases} \quad (13)$$

che descrive il modo comune. Si noti che per il modo comune, il termine di sorgente è in relazione alla corrente indotta sulla guaina e all'impedenza di trasferimento della guaina stessa.

By taking into account that the following relation holds:

$$z_{1g} = z_{2g} = -z_{Tg} \quad (5)$$

(where  $z_{Tg}$  is the per unit length transfer impedance of the sheath [6], [7]) and that, for a sheath without apertures:

$$y_{1g} = y_{2g} = 0 \quad (6)$$

system (4) can be further simplified by introducing the common mode and differential mode variables defined as follows:

$$V_c = \frac{V_1 + V_2}{2} \quad (7)$$

$$I_c = I_1 + I_2 \quad (8)$$

$$V_d = V_1 - V_2 \quad (9)$$

$$I_d = \frac{I_1 - I_2}{2} \quad (10)$$

In such a way, by referring to Appendix B for more details, system (4) is transformed into:

$$\begin{cases} -\frac{dV_c}{dx} = \frac{z_{11}^* + 2z_{12}^* + z_{22}^*}{4} I_c + \frac{z_{11}^* - z_{22}^*}{2} I_d - z_{Tg} I_g \\ -\frac{dV_d}{dx} = \frac{(z_{11}^* - z_{22}^*)}{2} I_c + (z_{11}^* - 2z_{12}^* + z_{22}^*) I_d \\ -\frac{dI_c}{dx} = (y_{11}^* + 2y_{12}^* + y_{22}^*) V_c + \frac{y_{11}^* - y_{22}^*}{2} V_d \\ -\frac{dI_d}{dx} = \frac{(y_{11}^* - y_{22}^*)}{2} V_c + \frac{y_{11}^* - 2y_{12}^* + y_{22}^*}{4} V_d \end{cases} \quad (11)$$

The advantage of this formulation is that system (11) can be further decoupled into two sub-systems: one for the common mode and the other for the differential mode.

In fact, by taking into account that in the audio-frequency band the following inequalities generally hold:

$$|V_c| \gg |V_d| \quad |I_c| \gg |I_d| \quad (12)$$

we have that in the first and third equation of system (11) the second term in the right hand side member can be neglected. Therefore we can write:

$$\begin{cases} -\frac{dV_c}{dx} = \frac{z_{11}^* + 2z_{12}^* + z_{22}^*}{4} I_c - z_{Tg} I_g \\ -\frac{dI_c}{dx} = (y_{11}^* + 2y_{12}^* + y_{22}^*) V_c \end{cases} \quad (13)$$

that describes the common mode. It should be noted that as far as the common mode is concerned, the source term is related to the induced current on the sheath and to the transfer impedance of the sheath.



Al contrario, la seconda e la quarta equazione del sistema (11) descrivono il modo differenziale con termini di sorgente legati alle variabili di modo comune; cioè:

$$\begin{cases} -\frac{dV_d}{dx} = (z_{11}^* - 2z_{12}^* + z_{22}^*)I_d - \left[ -\frac{(z_{11}^* - z_{22}^*)}{2}I_c \right] \\ -\frac{dI_d}{dx} = \frac{y_{11}^* - 2y_{12}^* + y_{22}^*}{4}V_d - \left[ -\frac{(y_{11}^* - y_{22}^*)}{2}V_c \right] \end{cases} \quad (14)$$

Il vantaggio di tale suddivisione risiede nel fatto che si può risolvere separatamente prima il sistema di modo comune (13) e poi quello di modo differenziale (14).

E' importante notare che entrambi i generatori agenti nel modo differenziale sono direttamente proporzionali agli sbilanci resistivi e capacitivi della coppia; infatti, definendo come sbilancio resistivo per unità di lunghezza la quantità:

$$\Delta z = z_{11} - z_{22} \quad (15)$$

mediante le formule in Appendice B (B5) e (B8) si può mostrare che:

$$z_{11}^* - z_{22}^* = \Delta z \quad (16)$$

Inoltre, definendo come sbilancio capacitivo per unità di lunghezza della coppia la quantità:

$$\Delta C = C_{10} - C_{20} \quad (17)$$

(ove  $C_{10}$  e  $C_{20}$  sono le capacità per unità di lunghezza dei conduttori rispetto alla guaina), mediante le (B9) e (B12) si ha:

$$y_{11}^* - y_{22}^* = j\omega(C_{10} - C_{20}) = j\omega\Delta C \quad (18)$$

Nella (18)  $\omega$  ha il significato di frequenza angolare.

Notiamo inoltre che sia il sistema (13) che il sistema (14) rappresentano una linea di trasmissione bifilare esattamente come il sistema (2) che descrive il circuito guaina-terra. Pertanto, fatte salve le differenze nei parametri per ognuno dei tre sistemi, vale comunque ancora la discretizzazione di tale linea effettuata mediante una catena di celle  $\pi$  del tipo schematizzato in fig. 1 e conseguentemente anche l'algoritmo di risoluzione numerica descritto in Appendice A.

Infine in Appendice C presentiamo le formule necessarie per calcolo dei parametri per unità di lunghezza legati al modo comune e al modo differenziale.

## 2.5. Condizioni al contorno per i circuiti di modo comune e modo differenziale

Per poter risolvere i sistemi (13) e (14) occorre stabilire delle opportune condizioni al contorno che schematizzino le condizioni di chiusura, alle estremità del cavo, della coppia telefonica.

Facendo riferimento a quanto riportato in [4], si può schematizzare la terminazione della coppia ad una estremità come in fig.2.

On the contrary, the second and fourth equation of system (11) describe the differential mode with source terms related to the common mode variables; that is:

$$\begin{cases} -\frac{dV_d}{dx} = (z_{11}^* - 2z_{12}^* + z_{22}^*)I_d - \left[ -\frac{(z_{11}^* - z_{22}^*)}{2}I_c \right] \\ -\frac{dI_d}{dx} = \frac{y_{11}^* - 2y_{12}^* + y_{22}^*}{4}V_d - \left[ -\frac{(y_{11}^* - y_{22}^*)}{2}V_c \right] \end{cases} \quad (14)$$

The advantage of the splitting up consists in the possibility of separately solving the common mode system (13) at first and then the differential mode system (14).

It is important to remark that both the generators acting in the differential mode are directly proportional to the resistive and capacitive unbalances of the pair; in fact by defining the per unit length resistive unbalance as:

$$\Delta z = z_{11} - z_{22} \quad (15)$$

by means of formulas (B5) and (B8) in Appendix B one can show that:

$$z_{11}^* - z_{22}^* = \Delta z \quad (16)$$

Moreover, by defining the per unit length capacitive unbalance as:

$$\Delta C = C_{10} - C_{20} \quad (17)$$

(being  $C_{10}$  e  $C_{20}$  the per unit length capacitances of the conductors with respect to the sheath), by means of (B9) and (B12) one has:

$$y_{11}^* - y_{22}^* = j\omega(C_{10} - C_{20}) = j\omega\Delta C \quad (18)$$

In (18)  $\omega$  has the meaning of angular frequency.

We emphasize that both systems (13) and (14) represent a two conductors transmission line in same way as system (2) describing the sheath-earth circuit. Thus, excepting the differences in the parameters in each one of the three systems, the discretisation of the line by means of a chain of  $\pi$  cells like the ones in fig.1 is still valid and the algorithm described in Appendix A still holds.

At last, in Appendix C we present formulas for the calculation of the per unit length parameters related to common mode and differential mode.

## 2.5. Boundary conditions for common mode and differential mode circuits

In order to be able to solve systems (13) and (14) it is necessary to establish suitable boundary conditions describing the pair configuration at the cable extremities.

Referring to the contents of [4], one can schematize the pair termination at one extremity as in fig.2:

In fig. 2 the typical Y pair termination is shown; the three impedances  $Z_1, Z_2, Z_s$  with star disposition, schematize the terminal apparatus; if the apparatus is balanced one has  $Z_1=Z_2$ , otherwise  $Z_1 \neq Z_2$ . Typical value for  $Z_1$  e  $Z_2$

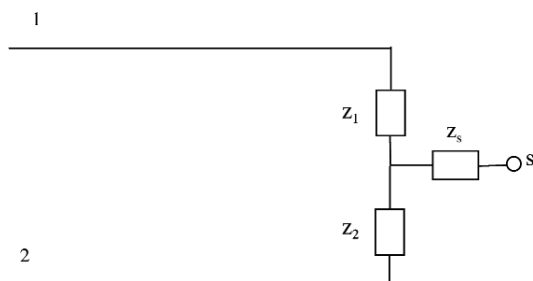


Fig. 2 - Schema di terminazione di una coppia. *Pair termination scheme.*

Nella fig. 2 è rappresentata la tipica chiusura ad Y di una coppia; le tre impedenze  $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $Z_s$  disposte a stella schematizzano l'apparato terminale; se l'apparato è bilanciato si ha  $Z_1=Z_2$  altrimenti  $Z_1 \neq Z_2$ . Il valore tipico per  $Z_1$  e  $Z_2$  è di  $300\Omega$  mentre per  $Z_s$  è di  $150\Omega$  nel caso in cui il punto centrale sia connesso alla guaina (indicata con l'indice s). Se tale punto è invece isolato, si ha  $Z_s \rightarrow \infty$ ; tale condizione simula l'apparecchio telefonico.

Per definire meglio le condizioni di terminazione per i circuiti di modo comune e di modo differenziale è utile introdurre le seguenti quantità:

$$Z_u = \frac{Z_1 + Z_2}{2} \quad (19)$$

$$\Delta Z_u = \frac{Z_1 - Z_2}{2} \quad (20)$$

Possiamo ora scrivere le condizioni al contorno per il modo comune. Tenendo conto che  $\Delta Z_u \ll Z_u$ , si può mostrare che la impedenza di terminazione  $Z_{ic}$  è data da:

$$Z_{ic} = \frac{1}{2} Z_u + Z_s \quad (21)$$

Per quanto riguarda il modo differenziale, l'impedenza di terminazione  $Z_{id}$  è data da:

$$Z_{id} = 2Z_u \quad (22)$$

Occorre però osservare che nel caso in cui l'apparato terminale presenti uno sbilancio (ovvero  $\Delta Z_u \neq 0$ ) la corrente di modo comune  $I_c$  provoca una eccitazione sul circuito di modo differenziale. Questo effetto può essere compreso con l'ausilio della fig. 3.

In fig. 3 vediamo infatti che a causa dello sbilancio  $\Delta Z_u$  dell'apparato terminale, viene generata una tensione  $\Delta V_t$  ai capi della coppia data da:

$$\Delta V_t = \Delta Z_u I_c \quad (23)$$

Quindi anche questo effetto contribuisce alla generazione del disturbo sul circuito di modo differenziale; pertanto la (23) rappresenta un generatore ideale di tensione posizionato all'estremità della coppia. Questo meccanismo di eccitazione del circuito differenziale è di tipo concentrato a differenza dei due descritti precedentemente al par. 2.4 che sono di tipo distribuito.

is  $300\Omega$  while for  $Z_s$  is  $150\Omega$  in the case of the central point connected to the sheath (indicated with index s). On the contrary, if such a point is not connected one has  $Z_s \rightarrow \infty$ ; such a condition represents the telephone set.

In order to better define the termination conditions for common mode and differential mode circuits it is useful to introduce the following quantities:

$$Z_u = \frac{Z_1 + Z_2}{2} \quad (19)$$

$$\Delta Z_u = \frac{Z_1 - Z_2}{2} \quad (20)$$

We can now write the boundary conditions for the common mode. By taking into account that  $\Delta Z_u \ll Z_u$ , one can show that the termination impedance  $Z_{ic}$  is given by:

$$Z_{ic} = \frac{1}{2} Z_u + Z_s \quad (21)$$

As far as the differential mode is concerned, the termination impedance  $Z_{id}$  is given by:

$$Z_{id} = 2Z_u \quad (22)$$

Nevertheless it is necessary to remark that when the terminal apparatus is unbalanced (i. e.  $\Delta Z_u \neq 0$ ) the common mode current  $I_c$  produces an excitation of the differential mode circuit. Such an effect can be understood with the help of fig. 3.

In fact, in fig. 3 we can see that, due to the terminal apparatus unbalance  $\Delta Z_u$ , a voltage  $\Delta V_t$  between the pair conductors is generated and is given by:

$$\Delta V_t = \Delta Z_u I_c \quad (23)$$

Therefore, this effect too contributes to the disturbance generation on the differential mode circuit; hence formula (23) represents an ideal voltage generator inserted at the extremity between the conductors. Such an excitation mechanism of the differential mode circuit is described by a lumped generator instead of the two ones previously introduced in par. 2.4 which are described by distributed generators.

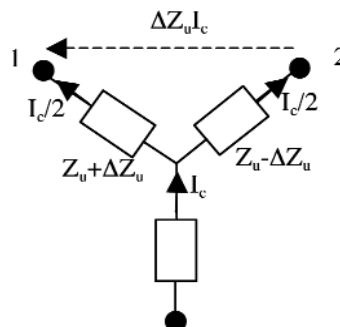


Fig. 3 - Meccanismo di eccitazione del circuito di modo differenziale quando l'apparato terminale è sbilanciato. *Excitation mechanism of the differential mode circuit in case of unbalanced terminal apparatus.*



### 3. La natura statistica degli sbilanci ed il metodo Monte Carlo

#### 3.1. Introduzione

Finora abbiamo considerato gli sbilanci resistivo e capacitivo definiti dalle (15) e (17) come quantità costanti e deterministiche; in realtà, nessuna di queste due ipotesi può essere considerata valida. Infatti gli sbilanci sono, in realtà, variabili in funzione della progressiva lungo il cavo, ovvero  $\Delta z = \Delta z(x)$  e  $\Delta C = \Delta C(x)$  ma, soprattutto, devono essere considerate delle variabili casuali. In particolare, questo secondo aspetto è legato agli inevitabili difetti di fabbricazione che caratterizzano ogni coppia all'interno di un cavo telefonico (ad esempio scostamenti rispetto al raggio nominale dei conduttori e nella disposizione geometrica dei conduttori stessi, piccole variazioni a livello locale delle caratteristiche della permittività elettrica dell'isolante all'interno del cavo etc.)

Alla luce di queste considerazioni, se ne deduce che i generatori per unità di lunghezza di fem e di corrente, definiti nella (14), sono anch'essi delle variabili casuali il cui dominio è direttamente legato al dominio di  $\Delta z$  e  $\Delta C$ .

Ulteriore ed ultima conseguenza della natura casuale degli sbilanci resistivo e capacitivo è che anche la tensione e la corrente di modo differenziale indotte sulla coppia devono essere trattate come variabili casuali alle quali associare un livello di probabilità.

Un algoritmo che ben si presta alla risoluzione della (14) e che al contempo tiene conto di quegli aspetti probabilistici e statistici appena descritti è il cosiddetto metodo Monte Carlo (si veda ad esempio [9]) ampiamente utilizzato in vari e differenti ambiti delle scienze pure ed applicate.

#### 3.2. Breve descrizione del metodo Monte Carlo

Se guardiamo al modello di linea trasmissione costituito da una catena di  $m$  celle quali quella rappresentata in fig.1, vediamo che esso è costituito da  $m$  generatori ideali di fem e da  $m+1$  generatori ideali di corrente per un totale quindi di  $2m+1$  generatori che devono essere considerati delle variabili casuali indipendenti distribuite secondo una legge nota.

L'applicazione del metodo Monte Carlo, consiste, nel nostro caso, nell'assegnare ad ognuna delle  $2m+1$  variabili aleatorie indipendenti, rappresentate dai generatori, un valore casuale calcolato in accordo alla propria legge di distribuzione probabilistica e nel risolvere il circuito elettrico, rappresentato dall'intera linea (ad esempio mediante l'algoritmo descritto in Appendice A).

Ripetendo il procedimento un opportuno e sufficientemente grande numero  $M$  di volte, si viene a costituire un database di risultati rappresentanti le distribuzioni statistiche delle  $m$  correnti differenziali ed  $m+1$  tensioni differenziali valutate in differenti punti della linea. Infine, elaborando statisticamente ciascuna di tali distribuzioni è

### 3. The statistical nature of the unbalances and the Monte Carlo method

#### 3.1. Introduction

Till now we have considered the resistive and capacitive unbalances defined by (15) and (17) as constant and deterministic quantities; actually, none of these two hypotheses can be considered valid. In fact, more realistically, the unbalances are function of the progressive along the cable, i.e.  $\Delta z = \Delta z(x)$  and  $\Delta C = \Delta C(x)$  but, above all, they have to be considered as random variables. In particular the second aspect is related to those unavoidable manufacturing defects that characterize every pair in a telephone cable (e.g. deviations with respect to the nominal radius of the wires and in the geometrical dispositions of the wire themselves, small variations, at local level, of the dielectric permittivity characteristics of the insulating inside the cable etc.)

In the light of these considerations, one can deduce that the per unit length emf and current generators defined in (14) are random variables whose domain is directly related to the domain of  $\Delta z$  and  $\Delta C$ .

Further and last consequence of the random nature of the resistive and capacitive unbalances is that the differential mode current and voltage induced in the pair should be treated as random variables and a probability level should be associated to them. A suitable algorithm for the solution of (14) that takes into account of the probabilistic and statistical aspects just described, is the so called Monte Carlo method (see for example [9]) broadly employed in different fields of pure and applied sciences.

#### 3.2. Short description of the Monte Carlo method

If we look at the transmission line model composed by a chain of  $m$  cells like the one represented in fig. 1, we see that it is constituted by  $m$  ideal emf generators and by  $m+1$  ideal current generators; so, a total of  $2m+1$  generators have to be considered as random independent variables distributed according to a known law. In our case, the application of the Monte Carlo method consists in assigning to each one of the  $2m+1$  independent random variables, represented by the the generators, a casual value calculated according to its own probabilistic distribution law and in solving the electric circuit, represented by the whole line (for example by means of the algorithm described in Appendix A).

By repeating the procedure a suitable number  $M$  of times, one can built up a database of results containing the statistical distributions of the  $m$  differential currents and  $m+1$  differential voltages evaluated in different points of the line. Finally, by statistically processing each one of those distributions, it is possible to get all those quantities of interest as mean value, median, minimum

possibile ottenere tutte quelle grandezze di interesse quali valor medio, mediana, valore massimo e minimo varianza etc. Nella pratica poi, si è interessati a conoscere tali quantità non in ogni punto della linea bensì in posizioni specifiche: tipicamente all'estremità della linea dove è posizionato l'apparecchio telefonico.

Il punto chiave nell'algoritmo Monte Carlo è dato dalla scelta della legge probabilistica assunta per le variabili casuali; nel nostro caso una scelta ragionevole potrebbe essere quella della legge normale in quanto, come già osservato, gli sbilanci resistivi e capacitivi della coppia nascono da inevitabili difetti e imperfezioni durante il processo di fabbricazione del cavo.

Ora è utile osservare che, generalmente, lo sbilancio resistivo è qualche per cento rispetto al valore nominale di resistenza del filo della coppia mentre quello capacitivo è meno dell'1% rispetto al valore nominale della capacità del conduttore rispetto alla guaina. Tali informazioni possono essere utilizzate per definire la larghezza (cioè la deviazione standard) della curva Gaussiana legata alla distribuzione normale delle variabili aleatorie  $\Delta z$  e  $\Delta C$ .

Se  $\alpha$  è il massimo valore ammissibile per lo sbilancio resistivo e  $\beta$  è il valore massimo ammissibile per lo sbilancio capacitivo, possiamo assumere le seguenti densità di probabilità per le variabili aleatorie  $\Delta z$  e  $\Delta C$ :

$$p(\Delta z) = \frac{1}{\alpha \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\Delta z}{\alpha} \right)^2} \quad (24)$$

$$p(\Delta C) = \frac{1}{\beta \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\Delta C}{\beta} \right)^2} \quad (25)$$

La scelta delle funzioni date dalle (24) e (25) assicura che, in accordo con la "regola del  $3\sigma$ ", il 99.7% dei numeri casuali generati dall'elaboratore durante la procedura Monte Carlo giacciono rispettivamente negli intervalli  $[-\alpha, \alpha]$  e  $[-\beta, \beta]$ . In altre parole, questo significa che quasi tutti i campioni generati sono compresi all'interno degli intervalli di tolleranza per gli sbilanci.

#### 4. Esempio di applicazione

Mostriamo ora un esempio di applicazione dell'algoritmo considerando un cavo telefonico a servizio ferroviario posato parallelamente ad una linea 25kV-50Hz equipaggiata con autotrasformatori.

Nel calcolo che presentiamo, la frequenza di riferimento è quella pari a 800Hz in quanto, come noto, è lecito considerare tale unica frequenza per una valutazione del disturbo creato alla trasmissione nella banda fonica; a tale scopo è necessario conoscere la corrente psfometria-

value, maximum value, variance etc. Actually, in the practice, we are not interested in the knowledge of such quantities in all the points of the line but just in specific positions: typically at the line extremity where the telephone set is located. An important point related to the Monte Carlo algorithm is the choice of the probability distribution of the random variables; in our case it could be reasonable to assume the normal law because, as already remarked, the resistive and capacitive unbalances of the pair arise from the unavoidable flaws and defects produced during the cable manufacturing process.

It is useful to point out that, generally, the resistive unbalance is some per cent with respect to the nominal resistance value of the wire, while the capacitive unbalance is less than 1% with respect to the nominal capacitance wire-sheath. Such information can be used to define the width (i.e. the standard deviation) of the Gaussian curve related to the normal distribution of the random variables  $\Delta z$  and  $\Delta C$ .

If  $\alpha$  is the maximum admissible value for the resistive unbalance and  $\beta$  is the maximum admissible value for the capacitive unbalance, we can assume the following probability density laws for the random variables  $\Delta z$  e  $\Delta C$ :

$$p(\Delta z) = \frac{1}{\alpha \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\Delta z}{\alpha} \right)^2} \quad (24)$$

$$p(\Delta C) = \frac{1}{\beta \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\Delta C}{\beta} \right)^2} \quad (25)$$

The choice of the functions given by (24) and (25) ensures that according to the "3 $\sigma$  rule", 99.7% of the computer generated random numbers during the Monte Carlo procedure lie in the intervals  $[-\alpha, \alpha]$  and  $[-\beta, \beta]$  respectively. In such a way, practically all the generated samples lie inside the tolerance intervals for the unbalances.

#### 4. Example of application

We show an example of application of the algorithm by considering a telephone cable parallelly laid to a 25kV-50Hz railway line equipped with autotransformers.

In the example of calculation we are going to present, the reference frequency is 800Hz because, as known, it is allowed to consider this only frequency for an evaluation of the disturbance to the transmission in the audio band; to this aim, it is necessary to know the inducing 800Hz psophometric current circulating on the traction line. Such a quantity has the meaning of equivalent current that concentrates in only one component, just at 800Hz, the effect of all the harmonics. Such equivalent current has meaning only in the audio band and is defined by the formula [3]:

ca inducente a 800Hz circolante sulla linea di trazione. Tale grandezza ha il significato di una corrente equivalente che condensa in una sola componente, per l'appunto a 800Hz, l'effetto di tutte le armoniche. Tale corrente equivalente ha significato solo nella banda fonica ed è definita dalla formula [3]:

$$I_{psof} = \frac{1}{p_{800}} \sqrt{\sum_k (p_k i_k)^2} \quad (26)$$

I valori dei coefficienti  $p_k$  sono definiti in [2], [3] mentre i valori delle armoniche di corrente  $i_k$  possono essere ricavati dalla conoscenza dello spettro della corrente.

In assenza di dati sullo spettro di corrente, un valore plausibile ed al contempo cautelativo è dato da:  $I_{psol}=10A$ .

La coppia telefonica indotta è rappresentata schematicamente in fig. 4 insieme alle proprie terminazioni: alla sinistra abbiamo l'apparato mentre sulla destra l'apparecchio telefonico.

Tenendo conto della mutua impedenza per unità di lunghezza  $z_m$  tra i circuiti linea di contatto-terra e guaina-terra, la fem indotta  $f_g$  per unità di lunghezza su quest'ultimo circuito è calcolabile mediante la relazione:

$$f_g = -K_r z_m I_{psof} \quad (27)$$

Nella (27)  $K_r$  è un fattore di riduzione che tiene conto dell'effetto schermante dei binari e degli altri circuiti di ritorno per la corrente (trefoli e dispersori di terra); in accordo con [2] si ha  $K_r=0.25$  per  $f=800Hz$  e nella situazione più cautelativa.

Considerando questi dati, e per un cavo posto a 3m di distanza laterale dalla linea di contatto, si ha che  $|f_g|$  assume un valore pari a 9.37 mV/m.

Il cavo, contenente 20 coppie di diametro 0.6mm, è lungo 8km ed è provvisto di guaina in alluminio (raggio 9.5mm e spessore 1.2mm) con messa a terra ogni 2km su valori di 20Ω tranne nel punto iniziale, ove si ha un valore di 2Ω.

Abbiamo svolto differenti calcoli variando gli sbilanci resistivo e capacitivo e considerando l'apparato terminale sia perfettamente bilanciato (cioè  $Z_1=Z_2$ ) che sbilanciato ( $Z_1 \neq Z_2$ ) di circa 1%. E' stata valutata la tensione differenziale ai capi della coppia al terminale dove è presente l'apparecchio telefonico.

In fig. 5 sono mostrati dei grafici che rappresentano la probabilità percentuale di superare il valore di tensione differenziale mostrato in ascissa. In particolare, la linea verticale tratteggiata evidenzia il limite di 0.5mV fissato dalle normative [2], [3]<sup>(1)</sup>. Ciascuno di tali grafici è stato ot-

<sup>(1)</sup> Per l'esattezza, tali normative ammettono valori superiori a 0.5mV ma al contempo inferiori a 2.5mV purché, nell'arco temporale di 1 minuto, la sommatoria dei prodotti delle tensioni che superano la soglia di 0.5mV e i corrispondenti tempi di permanenza si mantenga inferiore o uguale a 30mVs.

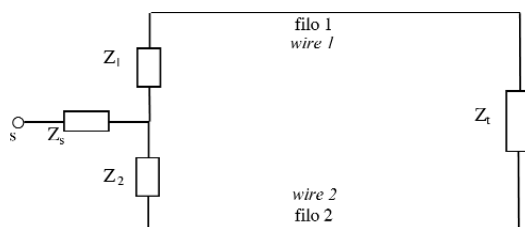


Fig. 4 - Schema della coppia telefonica indotta con relative terminazioni. Sketch of the induced telephone pair with its terminations.

$$I_{psof} = \frac{1}{p_{800}} \sqrt{\sum_k (p_k i_k)^2} \quad (26)$$

The values of the coefficients  $p_k$  are defined in [2], [3] while the values of the current harmonics  $i_k$  can be obtained from the knowledge of the current spectrum.

In absence of data relevant to the current spectrum, a reasonable, and at the same time cautionary, value is given by:  $I_{psol}=10A$ .

The induced telephone pair together its terminations is sketched in fig. 4: on the left there is the apparatus while on the right there is the telephone set.

By taking into account of the mutual impedance per unit length  $z_m$  between the contact wire-earth circuit and the sheath-earth circuit, the induced emf  $f_g$  per unit length induced in the second circuit can be evaluated by means of the following relation:

$$f_g = -K_r z_m I_{psof} \quad (27)$$

In (27)  $K_r$  is a reduction factor that takes into account of the screening effect of the rails and of other return circuits for the current (shield wires, buried linear electrodes); according to [2] we have  $K_r=0.25$  for  $f=800Hz$  in the most cautionary case.

By considering these data, and a cable located at a lateral distance of 3m from the contact wire, one has that  $|f_g|$  assumes a value of 9.37 mV/m.

The cable, containing 20 pairs with diameter 0.6mm, is 8km long and has an aluminum sheath (radius 9.5mm and thickness 1.2mm) earthed at intervals of 2km; the value of the earthing resistances are 20Ω except in the first point where the value is 2Ω.

We performed different calculations by varying the resistive and capacitive unbalance and by considering the terminal apparatus either perfectly balanced (i.e.  $Z_1=Z_2$ ) or unbalanced (i.e.  $Z_1 \neq Z_2$ ) of about 1%. It has been evaluated the differential voltage at the pair termination where the telephone set is present.

In fig. 5, some curves representing the per cent probability of exceeding the level of differential voltage indicated on abscissas are shown. In particular, the dashed vertical line represents the limit of 0.5mV fixed by standards

tenuto con una procedura di tipo Monte Carlo consistente di  $M=10000$  prove e con celle di calcolo della lunghezza di 500m ciascuna.

Come si vede chiaramente dalla figura, lo sbilanciamento dell'apparato è il fattore preponderante nell'insorgere del rumore. Inoltre, come ci si poteva attendere, all'aumentare degli sbilanci resistivo e capacitivo dei conduttori aumenta anche la probabilità di superare un certo livello di rumore prefissato.

In fig. 6 è mostrato l'andamento della mediana della tensione differenziale, in funzione della lunghezza del cavo e per differenti valori delle resistenze di messa a terra della guaina del cavo ( $5\Omega$ ,  $10\Omega$ ,  $20\Omega$ ,  $30\Omega$ ); l'apparato terminale è stato considerato con uno sbilanciamento dell'1% mentre la coppia è stata supposta con uno sbilancio resistivo del 2% e capacitivo dello 0.5%.

Anche in questa figura è mostrato, con linea tratteggiata, il limite di 0.5mV fissato dalle normative.

Dalla fig.6, si evince chiaramente che il valore delle resistenze di messa a terra della guaina ha influenza irrilevante mentre, all'aumentare della lunghezza del cavo, si ha un aumento del rumore indotto; tuttavia, oltre una certa lunghezza il livello di rumore tende sostanzialmente a stabilizzarsi.

Infine, in tabella 1 riportiamo, per differenti lunghezze del cavo, i dati relativi ai valori minimo, massimo, medio, deviazione standard della tensione di rumore indotta. I dati relativi agli sbilanciamenti del cavo sono identici agli esempi di fig.6.

La tabella 1 mostra che all'aumentare della lunghezza del cavo, aumenta anche la dispersione dei risultati; infatti basta guardare l'incremento progressivo della deviazione standard. Questo effetto di maggiore dispersione dei risultati per i cavi più lunghi può essere spiegato dal fatto che maggiore è il numero delle celle di calcolo necessarie per la discretizzazione del cavo stesso maggiore è anche il numero di variabili casuali indipendenti da applicare al modello. Ricordiamo, per l'appunto, che tale numero è  $2m+1$  dove  $m$  è il numero di celle.

## 5. Conclusioni

In questo articolo abbiamo presentato un metodo per il calcolo della tensione di rumore, nella banda fonica, che nasce in una coppia telefonica a causa dell'interferenza elettromagnetica prodotta da linee di trazione elettrificate o linee elettriche su un cavo di telecomunicazioni.

Nella prima parte dell'articolo abbiamo mostrato come, partendo da un modello generale del cavo considerato come linea multiconduttore, si possa, mediante alcune

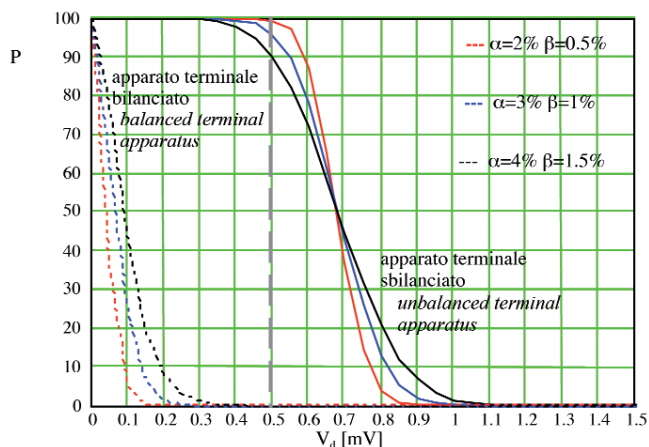


Fig. 5 - Probabilità percentuale di superare il livello di rumore in ascissa per differenti livelli di sbilanciamento della coppia e dell'apparato. Per cent probability of exceeding the level of noise in abscissa for different levels of unbalance of the pair and of the terminal apparatus.

[2], [3]<sup>(1)</sup>. Each one of these curves has been obtained by means of a Monte Carlo procedure consisting of  $M=10000$  trials and with length of the cells in the transmission line model of 500m.

As the figure clearly shows, the unbalance of the apparatus is main cause for the presence of the noise. Moreover, as one can expect, the probability of exceeding a certain level of noise increases by increasing the levels of resistive and capacitive unbalances.

In fig.6, the trend of the median value of the differential voltage versus the cable length for different values of the sheath earthing resistances ( $5\Omega$ ,  $10\Omega$ ,  $20\Omega$ ,  $30\Omega$ ) is shown; the terminal apparatus unbalance is 1% while the resistive and capacitive pair unbalances are 2% and 0.5% respectively.

Also in this figure, the value of 0.5mV fixed by the standards is represented by the dashed line.

From fig. 6, one clearly deduces that the value of sheath earthing resistances has practically no influence while an increase of the cable length results in an increase of the induced noise; nevertheless above a certain length, the level of noise is essentially constant.

Finally in table 1 we report, for different cable lengths, the minimum, maximum, mean values and standard deviation of the induced noise voltage. The data relevant to the cable unbalances are the same of the examples in fig. 6.

<sup>(1)</sup> In order to be precise, such standards admit values higher than 0.5mV, and at the same time lower than 2.5mV, provided that, in the interval of 1 minute, the summation of the products of the voltages exceeding the threshold of 0.5mV with the corresponding lasting intervals is less than or equal 30mVs.

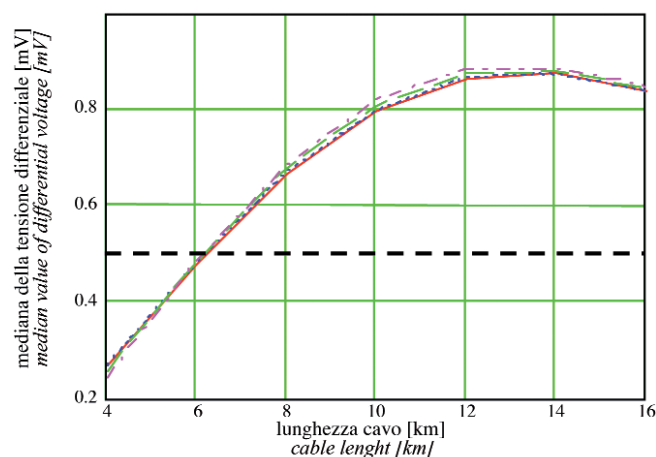


Fig. 6 - Mediana della tensione differenziale in funzione della lunghezza del cavo e per differenti valori di messa a terra della guaina. Median value of the differential voltage versus cable length for different values of the sheath earthing resistances.

ragionevoli assunzioni, semplificare parecchio la procedura di calcolo basandosi sulla risoluzione, in tre passi successivi ed in cascata, di una linea a due soli conduttori.

Nella seconda parte dell'articolo viene invece descritto l'aspetto fondamentale dell'algoritmo di calcolo che consiste nell'applicazione del metodo Monte Carlo alla risoluzione del modo differenziale; riteniamo infatti tale approccio particolarmente adeguato per la soluzione di quei problemi in cui alcuni dati e parametri hanno una intrinseca natura aleatoria. Nel nostro caso, sono gli sbilanci della coppia telefonica ad avere tale caratteristica di variabile casuale e a suggerire una valutazione del rumore indotto in termini statistico-probabilistici piuttosto che puramente deterministici.

#### APPENDICE A

##### Metodo numerico per la risoluzione delle linee di trasmissione bifilari

Il punto di partenza è il circuito rappresentato in fig.1; considerando una catena composta da un opportuno numero  $m$  di tali celle ed applicando le leggi di Kirchhoff al circuito così costituito, si ottiene il seguente sistema:

$$\begin{cases} [A][V] - [diag(Z)][I] = -[F] \\ [diag(Y)][V] + [A]^T[I] = [J] \end{cases} \quad (A1)$$

This table shows that by increasing the cable length also the spread of the results increases; in fact one can notice the progressive increase of the standard deviation. The larger spread of the results in correspondence of longer cables can be explained by the larger number of cells needed to discretise the cable; such a number is proportional to the number of independent random variables to be considered in the model. We remind, in fact, that if  $m$  is the number of cells,  $2m+1$  is the number of independent variables to be considered.

#### 5. Conclusions

In this paper we have presented a calculation method for the noise, in the audio-frequency band, arising in a telephone pair due to the electromagnetic interference produced by electrified traction lines or power lines on a telecommunication cable.

TABELLA 1  
TABLE 1

VALORI STATISTICAMENTE SIGNIFICATIVI DELLA TENSIONE DI RUMORE INDOTTA PER DIFFERENTI LUNGHEZZE DEL CAVO - STATISTICALLY MEANINGFUL VALUES OF THE INDUCED NOISE VOLTAGE FOR DIFFERENT CABLE LENGTHS

Lunghezza cavo [km] Cable length [km]	Minimo [mV] Minimum [mV]	Medio [mV] Mean [mV]	Massimo [mV] Maximum [mV]	Deviazione standard [mV] Standard deviation [mV]
4	0.18	0.259	0.332	0.018
6	0.327	0.486	0.638	0.043
8	0.376	0.678	0.93	0.068
10	0.492	0.811	1.208	0.088
12	0.455	0.874	1.241	0.1
14	0.517	0.878	1.365	0.104
16	0.469	0.842	1.278	0.105

In the first part of the paper we have shown that starting from a general model of the cable, treated as a multi-conductor line, it is possible, by means of some reasonable assumptions, to considerably simplify the calculation procedure by reducing it to the solution, in cascade, of three different two conductors lines.

The second part of the paper, is devoted to the main aspect of the calculation method consisting in the application of the Monte Carlo method to the resolution of the differential mode; we deem, in fact, such an approach particularly suitable for those problems where some data and parameters have an intrinsic random nature. In our case the pair unbalances have the characteristic of random variables and suggest an evaluation of the induced noise by means of a probabilistic-statistical approach instead of a purely deterministic one.



ove:

- $[I]$  è il vettore colonna delle correnti incognite di ordine  $m$ ;
- $[V]$  è il vettore colonna delle tensioni incognite di ordine  $m+1$ ;
- $[diag(Z)]$  è una matrice diagonale di ordine  $m \times m$  i cui elementi diversi da zero sono le impedenze associate ad ogni cella;
- $[diag(Y)]$  è una matrice diagonale di ordine  $m+1 \times m+1$  i cui elementi diversi da zero sono le ammettenze associate agli estremi di ogni cella;
- $[F]$  è il vettore colonna di ordine  $m$  associato ai generatori ideali di fem applicati ad ogni cella;
- $[J]$  è il vettore colonna di ordine  $m+1$  associato ai generatori ideali di corrente applicati agli estremi di ogni cella;
- $[A]$  è una matrice di ordine  $m \times m+1$  data da:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

- $[A]^T$  è la matrice trasposta di  $[A]$ .

Dalle equazioni in (A1) e dopo semplici passaggi si ottiene:

$$[I] = \left\{ [A][diag(Y)]^{-1} [A]^T + [diag(Z)] \right\}^{-1} \left\{ [A][diag(Y)]^{-1} [J] + [F] \right\} \quad (A2)$$

che consente il calcolo del vettore  $[I]$ . Una volta noto  $[I]$  è possibile calcolare  $[V]$  mediante la relazione:

$$[V] = -[diag(Y)]^{-1} [A]^T [I] + [diag(Y)]^{-1} [J] \quad (A3)$$

## APPENDICE B

### Semplificazione del modello per i circuiti interni

Il punto di partenza è il sistema (4) unitamente alle equazioni (5) e (6); da esse si ottiene:

$$\begin{cases} -\frac{dV_1}{dx} = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 + \sum_{k=3}^N z_{1k}I_k - (z_{Tg}I_g) \\ -\frac{dV_2}{dx} = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 + \sum_{k=3}^N z_{2k}I_k - (z_{Tg}I_g) \\ -\frac{dI_1}{dx} = y_{11}V_1 + y_{12}V_2 + \sum_{k=3}^N y_{1k}V_k \\ -\frac{dI_2}{dx} = y_{21}V_1 + y_{22}V_2 + \sum_{k=3}^N y_{2k}V_k \end{cases} \quad (B1)$$

## APPENDIX A

### Numerical method for the solution of two conductor lines

The starting point is the circuit represented in Fig.1; by considering a chain composed by a suitable number  $m$  of these cells and by applying the Kirchhoff laws to the circuit so obtained, one can write the following system:

$$\begin{cases} [A][V] - [diag(Z)][I] = -[F] \\ [diag(Y)][V] + [A]^T[I] = [J] \end{cases} \quad (A1)$$

where:

- $[I]$  is the column vector of the unknown currents of  $m$  order;
- $[V]$  is the column vector of the unknown voltages of  $m+1$  order;
- $[diag(Z)]$  is a diagonal matrix of  $m \times m$  order whose non zero elements are the impedances associated to each cell;
- $[diag(Y)]$  is a diagonal matrix of  $m+1 \times m+1$  order whose non zero elements are the admittances associated to the extremities of each cell;
- $[F]$  is the column vector of  $m$  order associated to the ideal emf generators applied to each cell;
- $[J]$  is the column vector of  $m+1$  order associated to the ideal current generators applied to the extremities of each cell;
- $[A]$  is a matrix of  $m \times m+1$  order given by:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

- $[A]^T$  is the transposed of  $[A]$

From the equations in (A1) and after simple steps one obtains:

$$[I] = \left\{ [A][diag(Y)]^{-1} [A]^T + [diag(Z)] \right\}^{-1} \left\{ [A][diag(Y)]^{-1} [J] + [F] \right\} \quad (A2)$$

that enables the calculation of the vector  $[I]$ . From the knowledge of  $[I]$ , it is possible to calculate  $[V]$  through the following relation:

$$[V] = -[diag(Y)]^{-1} [A]^T [I] + [diag(Y)]^{-1} [J] \quad (A3)$$

## APPENDIX B

### Simplification of the model for the internal circuits

The starting point is system (4) together equations (5) and (6); from them one obtains:



Se si introduce l'ipotesi secondo la quale i due conduttori della coppia in esame siano nelle medesime condizioni dei rimanenti conduttori dal punto di vista delle condizioni di induzione, lunghezza e terminazione agli estremi, allora si può assumere che [4]:

$$I_3 = I_4 = \dots = I_N = \frac{I_1 + I_2}{2} \quad (B2)$$

$$V_3 = V_4 = \dots = V_N = \frac{V_1 + V_2}{2} \quad (B3)$$

Sostituendo le (B2) e (B3) nel sistema (B1), questo può essere riscritto come:

$$\begin{cases} -\frac{dV_1}{dx} = \left( z_{11} + \frac{1}{2} \sum_{k=3}^N z_{1k} \right) I_1 + \left( z_{12} + \frac{1}{2} \sum_{k=3}^N z_{1k} \right) I_2 - (z_{Tg} I_g) \\ -\frac{dV_2}{dx} = \left( z_{21} + \frac{1}{2} \sum_{k=3}^N z_{2k} \right) I_1 + \left( z_{22} + \frac{1}{2} \sum_{k=3}^N z_{2k} \right) I_2 - (z_{Tg} I_g) \\ -\frac{dI_1}{dx} = \left( y_{11} + \frac{1}{2} \sum_{k=3}^N y_{1k} \right) V_1 + \left( y_{12} + \frac{1}{2} \sum_{k=3}^N y_{1k} \right) V_2 \\ -\frac{dI_2}{dx} = \left( y_{21} + \frac{1}{2} \sum_{k=3}^N y_{2k} \right) V_1 + \left( y_{22} + \frac{1}{2} \sum_{k=3}^N y_{2k} \right) V_2 \end{cases} \quad (B4)$$

nelle sole incognite  $V_1, V_2, I_1, I_2$ .

Con riferimento alla (B4) e alla (11) è conveniente definire le seguenti quantità:

$$z_{11}^* = z_{11} + \frac{1}{2} \sum_{k=3}^N z_{1k} \quad (B5)$$

$$z_{12}^* = z_{12} + \frac{1}{2} \sum_{k=3}^N z_{1k} \quad (B6)$$

$$z_{21}^* = z_{21} + \frac{1}{2} \sum_{k=3}^N z_{2k} \quad (B7)$$

$$z_{22}^* = z_{22} + \frac{1}{2} \sum_{k=3}^N z_{2k} \quad (B8)$$

$$y_{11}^* = y_{11} + \frac{1}{2} \sum_{k=3}^N y_{1k} \quad (B9)$$

$$y_{12}^* = y_{12} + \frac{1}{2} \sum_{k=3}^N y_{1k} \quad (B10)$$

$$y_{21}^* = y_{21} + \frac{1}{2} \sum_{k=3}^N y_{2k} \quad (B11)$$

$$y_{22}^* = y_{22} + \frac{1}{2} \sum_{k=3}^N y_{2k} \quad (B12)$$

Esse sono i parametri dei circuiti filo 1-guaina e filo 2-guaina modificati in modo da tener conto della presenza degli altri conduttori delle rimanenti coppie. In tal modo, tenendo conto delle (B5)-(B12), il sistema (B4) si trasforma nel sistema (11).

$$\begin{cases} -\frac{dV_1}{dx} = z_{11} I_1 + z_{12} I_2 + \sum_{k=3}^N z_{1k} I_k - (z_{Tg} I_g) \\ -\frac{dV_2}{dx} = z_{21} I_1 + z_{22} I_2 + \sum_{k=3}^N z_{2k} I_k - (z_{Tg} I_g) \\ -\frac{dI_1}{dx} = y_{11} V_1 + y_{12} V_2 + \sum_{k=3}^N y_{1k} V_k \\ -\frac{dI_2}{dx} = y_{21} V_1 + y_{22} V_2 + \sum_{k=3}^N y_{2k} V_k \end{cases} \quad (B1)$$

If we introduce the hypothesis that the two conductors of the pair under consideration are in the same conditions of the others conductors, from the point of view of induction, length and terminations at the extremities, one can assume that [4]:

$$I_3 = I_4 = \dots = I_N = \frac{I_1 + I_2}{2} \quad (B2)$$

$$V_3 = V_4 = \dots = V_N = \frac{V_1 + V_2}{2} \quad (B3)$$

By substituting (B2) e (B3) into system (B1), it can be rewritten as:

$$\begin{cases} -\frac{dV_1}{dx} = \left( z_{11} + \frac{1}{2} \sum_{k=3}^N z_{1k} \right) I_1 + \left( z_{12} + \frac{1}{2} \sum_{k=3}^N z_{1k} \right) I_2 - (z_{Tg} I_g) \\ -\frac{dV_2}{dx} = \left( z_{21} + \frac{1}{2} \sum_{k=3}^N z_{2k} \right) I_1 + \left( z_{22} + \frac{1}{2} \sum_{k=3}^N z_{2k} \right) I_2 - (z_{Tg} I_g) \\ -\frac{dI_1}{dx} = \left( y_{11} + \frac{1}{2} \sum_{k=3}^N y_{1k} \right) V_1 + \left( y_{12} + \frac{1}{2} \sum_{k=3}^N y_{1k} \right) V_2 \\ -\frac{dI_2}{dx} = \left( y_{21} + \frac{1}{2} \sum_{k=3}^N y_{2k} \right) V_1 + \left( y_{22} + \frac{1}{2} \sum_{k=3}^N y_{2k} \right) V_2 \end{cases} \quad (B4)$$

where the only unknowns are  $V_1, V_2, I_1, I_2$ .

By referring to (B4) and (11), it is convenient to define the following quantities:

$$z_{11}^* = z_{11} + \frac{1}{2} \sum_{k=3}^N z_{1k} \quad (B5)$$

$$z_{12}^* = z_{12} + \frac{1}{2} \sum_{k=3}^N z_{1k} \quad (B6)$$

$$z_{21}^* = z_{21} + \frac{1}{2} \sum_{k=3}^N z_{2k} \quad (B7)$$

$$z_{22}^* = z_{22} + \frac{1}{2} \sum_{k=3}^N z_{2k} \quad (B8)$$

$$y_{11}^* = y_{11} + \frac{1}{2} \sum_{k=3}^N y_{1k} \quad (B9)$$

$$y_{12}^* = y_{12} + \frac{1}{2} \sum_{k=3}^N y_{1k} \quad (B10)$$

$$y_{21}^* = y_{21} + \frac{1}{2} \sum_{k=3}^N y_{2k} \quad (B11)$$

## APPENDICE C

**Parametri per unità di lunghezza dei circuiti di modo comune e di modo differenziale**

In questa appendice forniamo alcune formule che servono per il calcolo dei parametri per unità di lunghezza dei circuiti di modo comune e modo differenziale.

**Parametri di modo comune***Impedenza*

Guardando alla prima delle (13), si vede che l'impedenza di modo comune per unità di lunghezza  $z_c$  è data da:

$$z_c = \frac{z_{11}^* + 2z_{12}^* + z_{22}^*}{4} \quad (C1)$$

Tenendo conto delle (B5)-(B8) e del fatto che per i circuiti filo 1-guaina e filo 2-guaina valgono le relazioni:

$$z_i = z_i^{\text{int}} + z_g^{i/i} + j\omega l_i \cong z_i^{\text{int}} + z_g^{i/i} \quad i=1,2 \quad (C2)$$

$$z_{12} = z_g^{i/i} + j\omega l_{12} \cong z_g^{i/i} \quad (C3)$$

$$z_{1k} = z_g^{i/i} + j\omega l_{1k} \cong z_{2k} = z_g^{i/i} + j\omega l_{2k} \cong z_g^{i/i} \quad k=3,4,\dots,N \quad (C4)$$

Si ottiene, dopo alcuni passaggi, che:

$$z_c = \frac{z_i^{\text{int}} + Nz_g^{i/i}}{2} \quad (C5)$$

Nelle formule precedenti, i significati dei simboli sono i seguenti:

- $z_i^{\text{int}}$  è l'impedenza interna per unità di lunghezza del filo;
- $z_g^{i/i}$  è l'impedenza interna con ritorno interno per unità di lunghezza della guaina;
- i termini con  $l_{ik}$  sono l'induttanza esterna auto/mutua per unità di lunghezza fra i circuiti i-esimo e k-esimo;
- $N$  è il numero di conduttori presenti nel cavo (ricordiamo che  $N/2$  è il numero di coppie).

Si noti che nelle (C2)-(C4) si trascurano i termini legati all'induttanza esterna rispetto a quelli legati all'impedenza interna dei conduttori e della guaina poichè questi ultimi, nella banda di frequenza audio, risultano preponderanti. Questo ha il grosso vantaggio di non dover usare, nel calcolo dei parametri, le posizioni dei conduttori delle varie coppie all'interno del cavo.

Le espressioni relative ai parametri  $z_i^{\text{int}}$  e  $z_g^{i/i}$  possono essere trovate in [6] o [7]; a frequenze più alte di quelle audio, bisogna applicare dei termini correttivi all'impedenza interna del filo  $z_i^{\text{int}}$  che tengono conto dell'effetto di prossimità dovuto agli altri conduttori [10].

$$y_{22}^* = y_{22} + \frac{1}{2} \sum_{k=3}^N y_{2k} \quad (B12)$$

They are the parameters of the circuits wire 1-sheath and wire 2-sheath suitably modified in order to take into account of the presence of the other conductors of the remaining pairs. In such a way, by taking into account of (B5)-(B12), system (B4) changes into system (11).

## APPENDIX C

**Per unit length parameters of the common mode and differential mode circuits**

In this appendix we give some formulas that can be used for the calculation of the per unit length parameters of the common mode and differential mode circuits.

**Common mode parameters***Impedance*

By looking at the first one of (13), one has that the per unit length common mode impedance  $z_c$  is given by:

$$z_c = \frac{z_{11}^* + 2z_{12}^* + z_{22}^*}{4} \quad (C1)$$

By taking into account of (B5)-(B8) and that for the circuits wire 1-sheath and wire 2-sheath the following relations hold:

$$z_i = z_i^{\text{int}} + z_g^{i/i} + j\omega l_i \cong z_i^{\text{int}} + z_g^{i/i} \quad i=1,2 \quad (C2)$$

$$z_{12} = z_g^{i/i} + j\omega l_{12} \cong z_g^{i/i} \quad (C3)$$

$$z_{1k} = z_g^{i/i} + j\omega l_{1k} \cong z_{2k} = z_g^{i/i} + j\omega l_{2k} \cong z_g^{i/i} \quad k=3,4,\dots,N \quad (C4)$$

After some steps, one obtains that:

$$z_c = \frac{z_i^{\text{int}} + Nz_g^{i/i}}{2} \quad (C5)$$

In the previous formulas the meaning of the symbols is:

- $z_i^{\text{int}}$  is the per unit length internal impedance of the wire;
- $z_g^{i/i}$  is the per unit length internal impedance with internal return of the sheath;
- the terms with  $l_{ik}$  are the per unit length self/mutual inductances between the i-th and k-th circuits;
- $N$  is the number of wires inside the cable (we remind that  $N/2$  is the number of pairs).

It should be noted that in (C2)-(C4) the terms related to the inductance are neglected with respect to the ones related to the internal impedance of the wires and of the sheath; in fact, in the audio-frequency band the latter ones result predominant. The noteworthy advantage is that, in such a way, the positions of the wires inside the cable are not needed in order to calculate the parameters.

### Ammettenza

Guardando alla seconda delle (13), si vede che l'ammettenza di modo comune  $Y_c$  per unità di lunghezza è data da:

$$Y_c = y_{11}^* + 2y_{12}^* + y_{22}^* \quad (C6)$$

Ora dobbiamo ricordare le relazioni che legano i coefficienti di ammettenza con le ammettenze [6], [11]:

$$y_{11} = Y_{10} + Y_{12} + \sum_{k=3}^N Y_{1k} \quad (C7)$$

$$y_{22} = Y_{20} + Y_{21} + \sum_{k=3}^N Y_{2k} \quad (C8)$$

$$y_{ij} = -Y_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad (C9)$$

dove  $Y_{10}$  e  $Y_{20}$  sono le ammettenze dei conduttori 1 e 2 rispetto alla guaina.

Tenendo conto delle (C7)-(C9) e delle (B9)-(B12) e del fatto che  $Y_{1k} \cong Y_{2k}$  si ha che la (C6) diviene:

$$Y_c = (Y_{10} + Y_{20}) = j\omega(C_{10} + C_{20}) \quad (C10)$$

Il calcolo esatto di  $C_{10}$  e  $C_{20}$  risulta piuttosto complesso ed esula dagli scopi di questo articolo; tuttavia, vi sono delle relazioni empiriche [4] che legano la quantità  $(C_{10} + C_{20})/2$  (che rappresenta il valor medio della capacità per unità di lunghezza dei due conduttori della coppia rispetto alla guaina) alla capacità differenziale della coppia per unità di lunghezza  $C_d$  che trattiamo più avanti.

Tali relazioni dipendono anche da come sono disposte le coppie all'interno del cavo (a strati concentrici o a gruppi); ad esempio si ha:

$$\frac{1}{4}C_d < \frac{C_{10} + C_{20}}{2} < \frac{1}{3}C_d \quad (C11)$$

per le coppie disposte a gruppi nella zona più esterna del cavo mentre per quelle nella zona più interna del cavo vale la relazione:

$$\frac{C_{10} + C_{20}}{2} \cong \frac{1}{10}C_d \quad (C12)$$

### Parametri di modo differenziale

#### Impedenza

Guardando alla prima delle (14), si ha che l'impedenza di modo differenziale per unità di lunghezza  $z_d$  è data da:

$$z_d = z_{11}^* - 2z_{12}^* + z_{22}^* \quad (C13)$$

da cui, operando in maniera analoga a quanto fatto per l'impedenza di modo comune, si ottiene:

The expression relevant to parameters  $z_i^{\text{int}}$  e  $z_g^{i/i}$  can be found in [6] or [7]; for higher frequencies, i.e. outside the audio band, one has to apply corrective terms to the wire internal impedance  $z_i^{\text{int}}$  that take into account of the proximity effect due to the other wires [10].

#### Admittance

By looking at the second of (13), one can see that the per unit length common mode admittance  $Y_c$  is given by:

$$Y_c = y_{11}^* + 2y_{12}^* + y_{22}^* \quad (C6)$$

Now, it is necessary to remind the relationships between the coefficients of admittance and the admittances [6], [11] i.e.:

$$y_{11} = Y_{10} + Y_{12} + \sum_{k=3}^N Y_{1k} \quad (C7)$$

$$y_{22} = Y_{20} + Y_{21} + \sum_{k=3}^N Y_{2k} \quad (C8)$$

$$y_{ij} = -Y_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad (C9)$$

Where  $Y_{10}$  e  $Y_{20}$  are the admittances of conductors 1 and 2 with respect to the sheath.

By taking into account of (C7)-(C9), of (B9)-(B12) and that  $Y_{1k} \cong Y_{2k}$ , formula (C6) becomes:

$$Y_c = (Y_{10} + Y_{20}) = j\omega(C_{10} + C_{20}) \quad (C10)$$

The exact calculation of  $C_{10}$  and  $C_{20}$  is rather complex and is outside the purpose of this paper; nevertheless, some empirical formulas [4] relating the quantity  $(C_{10} + C_{20})/2$  (representing the mean value of the per unit length capacitance of the conductors of the pair with respect to the sheath) to the per unit length differential capacity of the pair  $C_d$ , that we treat in the following, exist.

Such relations also depend on the pairs disposition inside the cables (stranding in layers or in units); for example we have:

$$\frac{1}{4}C_d < \frac{C_{10} + C_{20}}{2} < \frac{1}{3}C_d \quad (C11)$$

for the pairs in the outer layers while, for the pairs in the inner ones, the following relation hold:

$$\frac{C_{10} + C_{20}}{2} \cong \frac{1}{10}C_d \quad (C12)$$

### Differential mode parameters

#### Impedance

By looking at the first equation of (14) one has that the per unit length differential mode impedance  $z_d$  is given by:

$$z_d = z_{11}^* - 2z_{12}^* + z_{22}^* \quad (C13)$$

$$z_d = 2z_i^{\text{int}} \quad (\text{C14})$$

#### Ammettenza

Per l'ammittenza di modo differenziale per unità di lunghezza si trovano in letteratura tecnica (si veda ad esempio [12]) delle espressioni che consentono di valutare tale parametro con buona approssimazione:

$$Y_d = j\omega \frac{\pi \epsilon_r \epsilon_0}{\ln\left(\frac{kd}{r_w}\right)} = j\omega C_d \quad (\text{C15})$$

Nella (C15)  $d$  è la distanza tra i fili della coppia,  $r_w$  è il raggio del filo,  $k$  è un fattore correttivo che varia a seconda del tipo di cavo (per i cavi a coppie  $k=0.94$ , per i cavi a biccoppie a stella  $k=0.75$  e per i cavi a biccoppie D.M.  $k=0.65$ )  $\epsilon_0$  è la costante dielettrica assoluta del vuoto ed infine  $\epsilon_r$  è la costante dielettrica relativa del mezzo interposto supposto omogeneo.

from it, and by operating in an analogous way to the common mode impedance, one obtains:

$$z_d = 2z_i^{\text{int}} \quad (\text{C14})$$

#### Admittance

As far as the per unit length differential mode admittance is concerned, one can find in technical literature (see for example [12]) some expressions that enable to calculate such parameter with good approximation:

$$Y_d = j\omega \frac{\pi \epsilon_r \epsilon_0}{\ln\left(\frac{kd}{r_w}\right)} = j\omega C_d \quad (\text{C15})$$

In (C15)  $d$  is the distance between the pair wires,  $r_w$  is the wire radius,  $k$  is a corrective factor that depends on the type of cable (for symmetrical pairs cables  $k=0.94$ , for star quad cables  $k=0.75$  and for D.M. quad cables  $k=0.65$ )  $\epsilon_0$  is the vacuum absolute dielectric constant and  $\epsilon_r$  is the relative dielectric constant of the material supposed homogeneous.

#### BIBLIOGRAFIA - REFERENCES

- [1] J. ARRILLAGA, D.A. BRADLEY, P.S. BODGER: "Power System Harmonics", John Wiley & Sons, 1985.
- [2] ITU-T Recommendation K.68: "Management of electromagnetic interference on telecommunication systems due to power systems", ITU, Geneva, 2006.
- [3] Norma CEI 103-10: "Protezione delle linee di telecomunicazioni dagli effetti dell'induzione elettromagnetica provocata da linee ferroviarie elettrificate in corrente alternata", 1998.
- [4] ITU-T: "Directives concerning the protection of telecommunication lines against harmful effects from electric power and electrified railway lines", vol. II "Calculating induced voltage and currents in practical cases", ITU, Geneva, 1999.
- [5] C.R. PAUL: "Analysis of Multiconductor Transmission Lines", John Wiley & Sons, 1994.
- [6] ITU-T: "Directives concerning the protection of telecommunication lines against harmful effects from electric power and electrified railway lines", vol. III "Capacitive, inductive and conductive coupling: physical theory and calculation methods", ITU, Geneva, 1989.
- [7] E.F. VANCE: "Coupling to Shielded Cables", John Wiley & Sons, 1978.
- [8] G. LUCCA, G.L. SOLBIATI: "Transmission line circuit with non linear impedances: application to EMC problems", Proceedings of 11<sup>th</sup> Zurich Symposium on Electromagnetic Compatibility, March 7-9 1995, Zurich, Switzerland.
- [9] M. SOBOL: "The Monte Carlo Method", 2<sup>nd</sup> edition, MIR Publishers, Moscow, 1984.
- [10] G. GALLIANO, R. GAMERRO: "Calcolo dei parametri primari e secondari di cavi a coppie simmetriche a partire dalle caratteristiche geometriche e fisiche", CSELT Rapporti Tecnici, Vol. V, n.5, Dicembre 1977.
- [11] S. RAMO, J. R. WHINNERY, T. VAN DUZER: "Fields and Waves in Communication Electronics", John Wiley & Sons, 1965.
- [12] D. GAGLIARDI: "Teoria della trasmissione telefonica", Parte II, Edizioni Scientifiche Siderea, Roma, 1984.

## Sommaire

### CALCULS DU BRUIT INDUIT PAR LA TRACTION ÉLECTRIQUE DANS UN COUPLE TÉLÉPHONIQUE

Cet article décrit une méthode pour le calcul du bruit induit dans un couplage téléphonique, dans la bande phonique allant de 300 à 5000 Hz, dû à l'action induisant des champs électromagnétiques produits par des lignes ferroviaires électrifiées ou par des lignes électriques situées à proximité du câble téléphonique.

On illustre les hypothèses à la base du modèle de calcul et les principales simplifications introduites qui permettent d'étudier séparément, et en cascade, trois circuits simples à deux conducteurs: gaine-terre, couple-gaine (circuit de mode commun) et fil-fil (circuit de mode différentiel). Enfin, en tenant compte de la nature intrinsèquement aléatoire des déséquilibres existant dans un couple téléphonique normal, on propose une approche de type statistique au calcul du bruit induit basé sur un algorithme de type Monte Carlo.

## Zusammenfassung

### RECHNUNG DES GERAUSCH, DER VON ELEKTRISCHEN ZUGFÖRDERUNG IN EINER TELEFONLEITERPAAR ERZEUGT WIRD.

Vorstellung eines Rechenverfahrens überm Geräusch in phonischen Frequenzintervall 300-1000 Hz in einer Leiterpaar. Dieser Geräusch wird von elektromagnetischen Felder induziert, die von Oberleitungen oder elektrischen Linien, in der Nahe der Leitungspaar gelegt, erzeugt wird. Beschreibung und Erörterung der Hypothesen und Vereinfachungen des Rechenmodells, die die Berechnung in drei getrennten Stufen erlauben, d.h. in drei Kreisen.: Hülse- Erde, Hülse-Paar, Leiter-Leiter.

Es wird ein Montecarlo Algorithmus vorgesehen, der die eigentliche Zufälligkeit der Gleichgewichtsstörungen, typischen an einer gemeinen telefonischen Paar, erfasst.

## Dal 1975, i vostri **RELE'** di fiducia



### Relé ferroviari per impianti rotabili e fissi

- Relé monostabili istantanei 2-4-8-12-16-20 contatti da 5 e 10 A
- Relé 4 contatti temporizzati o 2 istantanei + 2 temporizzati da 5A
- Relé bistabili a 4-8-12-16-20 contatti da 10A
- Relé a soglia di tensione
- Relé passo-passo, veloci
- Relé a guida forzata

**...e molti altri modelli**



Relé istantaneo  
2 SPDT



Relé istantaneo  
4 SPDT



Relé istantaneo  
4 SPDT



Relé  
temporizzato



Relé istantaneo  
4 SPDT



Relé istantaneo e bistabile  
8-12-16-20 SPDT



Relé istantaneo  
4 SPDT



Relé a  
guida forzata

Tel. 039.2457545  
www.amra-chauvin-arnoux.it  
info@amra-chauvin-arnoux.it

**AMRA**<sup>®</sup>  
CHAUVIN ARNOUX GROUP